

DOI: 10.18481/2077-7566-2026-22-3-155-162

УДК 616.31-07

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ОРТОДОНТИИ (ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ)

Иванова А. В.¹, Московец О. О.¹, Игнатьев С. Д.², Апресян С. В.¹, Степанов А. Г.¹

¹ Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы, г. Москва, Россия

² Федеральный научный центр гигиены им. Ф. Ф. Эрисмана, г. Мытищи, Россия

Аннотация

Актуальность. Внедрение цифровых технологий существенно изменило возможности современной ортодонтии как на этапе диагностики, так и при планировании лечения. Использование КЛКТ, цифровых внутриротовых сканеров, CAD/CAM-технологий и программных комплексов, привело к значительному увеличению объема диагностической информации, доступной врачу. Однако накопление большого количества данных само по себе не обеспечивает повышения качества лечения, что обуславливает необходимость применения инструментов для их комплексного анализа и клинической интерпретации.

Одним из таких инструментов является математическое моделирование, позволяющее исследовать процессы, происходящие в зубочелюстной системе под воздействием ортодонтических сил. Дополнительную ценность математическое моделирование приобретает в условиях персонализированного подхода к лечению. Использование индивидуальных цифровых моделей позволяет учитывать особенности анатомического строения и функционального состояния зубочелюстной системы конкретного пациента, что повышает точность планирования ортодонтических вмешательств.

Цель исследования. Провести анализ современных научных данных, посвященных использованию методов математического моделирования в ортодонтии, а также оценить их роль в диагностике, планировании ортодонтического лечения и прогнозировании его результатов.

Материалы и методы. Выполнен анализ отечественных и зарубежных научных публикаций, посвященных применению математического моделирования в ортодонтии. Поиск выполнялся в базах данных PubMed, Scopus, Web of Science, Google Scholar и eLIBRARY. В итоговый анализ включены 34 публикации, наиболее полно отражающие современное состояние рассматриваемой проблемы.

Результаты. Установлено, что развитие математического моделирования в ортодонтии связано с переходом от двумерных аналитических расчетов к трехмерным цифровым моделям, основанным на данных КЛКТ и цифрового сканирования. Наиболее востребованным инструментом является конечно-элементный анализ, позволяющий оценивать распределение напряжений и деформаций в зубочелюстной системе, прогнозировать результаты лечения и оптимизировать конструкцию ортодонтических аппаратов. Перспективным направлением является создание персонализированных цифровых моделей с использованием технологий искусственного интеллекта, способных повысить точность, безопасность и предсказуемость ортодонтического лечения.

Ключевые слова: математическое моделирование, моделирование перемещения зубов, ортодонтическое лечение, конечно-элементный анализ, искусственный интеллект, персонализированные цифровые модели

Благодарность. Статья подготовлена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках выполнения государственного задания по соглашению № 075-03-2026-241 (FSSF-2026-0012).

Авторы заявили об отсутствии конфликта интересов

Анастасия Вадимовна ИВАНОВА ORCID ID 0009-0000-5580-1532

соискатель института цифровой стоматологии медицинского института, Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы, г. Москва, Россия
anastasiavivanova.ortho@gmail.com

Оксана Олеговна МОСКОВЕЦ ORCID ID 0000-0002-6479-8192

к.м.н., доцент института цифровой стоматологии медицинского института, Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы, г. Москва, Россия
om.stomat@gmail.com

Семен Дмитриевич ИГНАТЬЕВ ORCID ID 0000-0001-7415-5513

к.ф.-м.н., научный сотрудник, Федеральный научный центр гигиены им. Ф.Ф. Эрисмана, г. Мытищи, Россия
ignatyev.s.11@gmail.com

Самвел Владиславович АПРЕСЯН ORCID ID 0000-0002-3281-707X

д.м.н., профессор, директор института цифровой стоматологии медицинского института, Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы, г. Москва, Россия
dr.apresyan@mail.ru

Александр Геннадьевич СТЕПАНОВ ORCID ID 0000-0002-6543-0998

д.м.н., профессор, профессор института цифровой стоматологии медицинского института, Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы, г. Москва, Россия
stepanovmd@list.ru

Адрес для переписки: Александр Геннадьевич СТЕПАНОВ

117049, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая д. 6
+7(495) 003-14-53
stepanovmd@list.ru

Образец цитирования:

Иванова А. В., Московец О. О., Игнатьев С. Д., Апресян С. В., Степанов А. Г.

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ОРТОДОНТИИ (обзор литературы). Проблемы стоматологии. 2026; 3: 155-162.

© Иванова А. В. и др., 2026

DOI: 10.18481/2077-7566-2026-22-3-155-162

Поступила 04.06.2026. Принята к печати 09.09.2026

DOI: 10.18481/2077-7566-2026-22-3-155-162

APPLICATION OF MATHEMATICAL MODELING IN ORTHODONTICS (LITERATURE REVIEW)

Ivanova A.V.¹, Moskovets O.O.¹, Ignatiev S.D.², Apresyan S.V.¹, Stepanov A.G.¹

¹ Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), Moscow, Russia

² Federal Scientific Center of Hygiene named after F.F. Erisman, Mytishchi, Russia

Abstract

Relevance. The introduction of digital technologies has significantly changed the capabilities of modern orthodontics, both at the diagnostic stage and in treatment planning. The use of CBCT, digital intraoral scanners, CAD/CAM technologies, and software packages has significantly increased the amount of diagnostic information available to the practitioner. However, the accumulation of large amounts of data alone does not improve the quality of treatment, necessitating the use of tools for their comprehensive analysis and clinical interpretation.

One such tool is mathematical modeling, which allows for the study of processes occurring in the dental system under the influence of orthodontic forces. Mathematical modeling acquires additional value in the context of a personalized approach to treatment. The use of individual digital models allows for the consideration of the anatomical structure and functional state of the dental system of a particular patient, improving the accuracy of orthodontic intervention planning.

Purpose of the study. To analyze current scientific data on the use of mathematical modeling methods in orthodontics and evaluate their role in diagnosis, orthodontic treatment planning, and outcome prediction.

Materials and Methods. An analysis of domestic and international scientific publications on the use of mathematical modeling in orthodontics was conducted. The search included PubMed, Scopus, Web of Science, Google Scholar, and eLIBRARY. The final analysis included 34 publications that most fully reflect the current state of the art.

Results. It was established that the development of mathematical modeling in orthodontics is associated with a transition from two-dimensional analytical calculations to three-dimensional digital models based on CBCT and digital scanning data. The most popular tool is finite element analysis, which allows for the assessment of stress and strain distribution in the dental system, the prediction of treatment outcomes, and the optimization of orthodontic appliance designs. A promising area is the creation of personalized digital models using artificial intelligence technologies, which can improve the accuracy, safety, and predictability of orthodontic treatment.

Keywords: mathematical modeling, tooth movement modeling, orthodontic treatment, finite element analysis, artificial intelligence, personalized digital models

Acknowledgments. This article was prepared with the support of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation as part of the state assignment under agreement No. 075-03-2026-241 (FSSF-2026-0012).

The authors declare no conflict of interest

Anastasia V. IVANOVA ORCID ID 0009-0000-5580-1532
applicant for the Institute of Digital Dentistry, Patrice Lumumba
Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russia
anastasiaivanova.ortho@gmail.com

Oksana O. MOSKOVETS ORCID ID 0000-0002-6479-8192
PhD, Associate Professor at the Institute of Digital Dentistry of the Medical
Institute, Patrice Lumumba Peoples' Friendship University of Russia,
Moscow, Russia
om.stomat@gmail.com

Semyon D. IGNATIEV ORCID ID 0000-0001-7415-5513
PhD, Researcher, Federal Scientific Center of Hygiene
named after F.F. Erisman, Mytishchi, Russia
ignatiev.s.11@gmail.com

Samvel V. APRESYAN ORCID ID 0000-0002-3281-707X
PhD, MD, DSc, Professor, Director of the Institute of Digital Dentistry
at the Medical Institute, Patrice Lumumba Peoples' Friendship University
of Russia, Moscow, Russia
dr.apresyan@mail.ru

Alexander G. STEPANOV ORCID ID 0000-0002-6543-0998
PhD, MD, DSc, Professor, Professor at the Institute of Digital Dentistry
of the Medical Institute, Patrice Lumumba Peoples' Friendship University
of Russia, Moscow, Russia
stepanovmd@list.ru

Correspondence address: Alexander G. STEPANOV
6 Miklukho-Maklaya St., Moscow, 117049
+7 (495) 003-14-53
stepanovmd@list.ru

For citation:

Ivanova A.V., Moskovets O.O., Ignatiev S.D., Apresyan S.V., Stepanov A.G.

APPLICATION OF MATHEMATICAL MODELING IN ORTHODONTICS (literature review). Actual problems in dentistry. 2026; 3: 155-162. (In Russ.)

© Ivanova A.V. et al., 2026

DOI: 10.18481/2077-7566-2026-22-3-155-162

Received 04.06.2026. Accepted 09.09.2026

Введение

Математическое моделирование стало ключевым инструментом в современной ортодонтии, дополняя клинические методы исследования и повышая качество диагностики, планирования и прогнозирования результатов лечения. Актуальность применения математического моделирования в ортодонтии в последние годы значительно возросла, что подтверждается многочисленными российскими и зарубежными научными публикациями [1–4]. Данный подход способствует объективизации биомеханики и планирования лечения, повышению точности и предсказуемости результатов, персонализации и индивидуализации ортодонтического лечения, снижению рисков и повышению безопасности лечения, а также развитию новых аппаратов и технологий, повышая исследовательский потенциал, за счет возможности формирования и тестирования новых исследовательских гипотез о механизмах перемещения зубов и ремоделирования костной ткани, что зачастую недоступно в традиционных клинических или лабораторных методах. К настоящему времени математическое моделирование из вспомогательного инструмента превратилось в неотъемлемую часть современной цифровой ортодонтии, направленную на повышение предсказуемости, эффективности и безопасности лечения.

Следует отметить, что значение математического моделирования в ортодонтии определяется не только его расчетными возможностями, но и способностью объединять клинические, рентгенологические и цифровые данные в единую аналитическую систему. В условиях повсеместного внедрения КЛКТ, внутриворотного сканирования, цифрового сетапа и CAD/CAM-технологий математические модели становятся связующим звеном между диагностикой и терапевтическим решением, позволяя количественно оценивать поведение зубочелюстной системы при различных вариантах силового воздействия [5–11].

Особую научную и практическую значимость данный подход приобретает в ситуациях, когда необходимо заранее спрогнозировать не только направление перемещения отдельных зубов, но и характер распределения напряжений в периодонтальной связке, альвеолярной кости и ортодонтическом аппарате. Именно поэтому математическое моделирование рассматривается как инструмент, обеспечивающий переход от усредненных схем лечения к более точным, адаптированным к анатомическим и биомеханическим особенностям конкретного пациента протоколам [12–18].

Цель статьи — провести анализ современных научных данных, посвященных использованию методов математического моделирования в ортодонтии, а также оценить их роль в диагностике, планировании ортодонтического лечения и прогнозировании его результатов. Систематизация знаний о применении математического моделирования в ортодонтии.

Материалы и методы

Настоящий обзор выполнен в формате аналитического исследования литературы. Поиск источников про-

водили в базах данных PubMed, Scopus, Web of Science, Google Scholar и eLIBRARY, а также по спискам литературы релевантных публикаций и диссертационных работ, посвященных биомеханике зубочелюстной системы, методу конечных элементов, цифровой ортодонтии и персонализированному моделированию. Использовали поисковые слова и их комбинации на русском и английском языках: «математическое моделирование в ортодонтии», «ортодонтическое перемещение зубов», «метод конечных элементов», «цифровая ортодонтия», «персонализированные цифровые модели», «mathematical modeling in orthodontics», «finite element analysis in orthodontics», «orthodontic tooth movement», «digital orthodontics», «patient-specific model». На первом этапе было выявлено 214 публикаций. После удаления дубликатов, первичного скрининга заголовков и аннотаций, а также исключения работ, не соответствующих тематике обзора, для полнотекстовой оценки было отобрано 47 источников. В окончательный аналитический обзор включены 34 публикации, наиболее полно отражающие современные представления о применении математического моделирования в ортодонтии. Критериями включения являлись публикации, посвященные использованию математических моделей, КЭА/ФЕМ-анализа, трехмерной цифровой реконструкции и алгоритмов прогнозирования ортодонтического лечения; наличие описания методики моделирования; научная и клиническая релевантность результатов. Критериями невключения были дублирующиеся публикации, работы без достаточного методического описания, статьи, не относящиеся непосредственно к ортодонтии, а также материалы, не содержавшие данных, значимых для анализа биомеханики перемещения зубов. Использован комплекс исследовательских методик, сочетающий общенаучные методы анализа, синтеза, сравнительной аналогии и извлечения информации из научных источников со специальными методами системного и сравнительного анализа.

Результаты и обсуждение

Использование математического моделирования в рамках ортодонтического лечения пациентов активно развивается, переходя от упрощенных двумерных аналитических моделей к более точным — трехмерным (3D). В настоящее время, наиболее популярной методологией проведения аналитических расчетов в области анализа напряженно-деформированного состояния системы зуб-биологическая ткань-силовой элемент выступает конечно-элементный анализ (КЭА/ФЕМ). Ранние подходы моделирования в ортодонтии основывались на упрощенных аналитических моделях, направленных на вычисления в двумерном пространстве, например, цефалометрии. Аналитический расчет производился с целью оценки сил, напряжений и деформаций в упрощенных системах (например, взаимодействие дуги и брекета) с использованием фундаментальных законов механики. Эти модели были полезны для понимания базовых принципов ортодонтического перемещения зубов, но не могли учесть сложную анатомию и нелинейные свойства биологических тканей. 2D-методы (например, анализ теле-

рентгенограмм) позволяли проводить планиметрические измерения и оценивать угловые и линейные параметры черепно-лицевого комплекса. Однако они имели ограничения, связанные с суперпозицией анатомических структур и невозможностью адекватно оценить трехмерные пространственные соотношения [5–7].

С развитием компьютерных технологий и методов медицинской пространственной визуализации особенностей скелетно-анатомических частей человеческого организма (конусно-лучевая компьютерная томография (КЛКТ), внутриротовое сканирование) произошел переход к трехмерному (3D) моделированию. Широкое внедрение технологий трехмерной визуализации вывело диагностику в ортодонтии на качественно новый уровень. Совмещение данных лучевых методов исследования с результатами цифрового сканирования позволило получать виртуальные модели, максимально приближенные к реальному анатомическому строению зубочелюстной системы пациента. Такие модели дают возможность детально оценивать взаимное расположение зубов, челюстных костей и окружающих тканей, что существенно расширяет объем диагностической информации и повышает обоснованность принимаемых клинических решений.

Развитие трехмерных технологий повлияло не только на способы визуализации анатомических структур, но и на сам процесс планирования ортодонтического лечения. Ранее диагностический анализ в основном ограничивался выявлением морфологических отклонений и их количественной характеристикой. Применение цифровых моделей позволило дополнить этот подход исследованием биомеханических процессов, возникающих при действии ортодонтических сил. В результате появилась возможность оценивать предполагаемую реакцию зубочелюстного комплекса на различные варианты механического воздействия еще до начала лечения, что имеет важное значение при выборе оптимальной лечебной тактики.

Благодаря этому становится возможным не только оценивать исходное состояние пациента, но и прогнозировать изменения, возникающие в процессе перемещения зубов под действием приложенных сил.

Подобный подход имеет особое значение при коррекции сложных зубочелюстных аномалий, когда требуется одновременный контроль нескольких видов перемещения зубов, включая изменение их наклона, ротацию, вертикальное смещение и корпусное перемещение в пространстве [8–14].

В настоящее время разработан широкий спектр специализированных цифровых платформ, предназначенных для моделирования ортодонтического лечения. Их функциональные возможности включают создание виртуальных диагностических моделей, выполнение цифрового сетапа с прогнозированием конечного положения зубов, планирование установки дентальных имплантатов, а также проектирование индивидуализированных ортодонтических конструкций. Использование подобных программных решений позволяет осуществ-

лять цифровое проектирование элайнеров, шаблонов для непрямо́й фиксации брекетов и других ортодонтических аппаратов, обеспечивая высокую точность реализации лечебного плана [8–11].

Конечно-элементный анализ (англ. Finite Element Method/Analysis, FEM/FEA) является наиболее распространенным и мощным инструментом, который используется при математическом моделировании в современной ортодонтии. FEM позволяет моделировать сложную пространственную геометрию челюстно-лицевых элементов и учитывать нелинейность поведения биологических тканей (кости, пародонтальной связки, зубов) при приложении ортодонтических сил. Роль FEM-анализа в ортодонтии определена следующим функциональным набором:

Расчеты с использованием конечно-элементной модели используются для изучения распределения напряжений и деформаций в зубочелюстной системе в ответ на различные ортодонтические воздействия (биомеханический анализ является критически важным этапом в рамках выявления основных механизмов перемещения зубных групп и ремоделирования костной ткани;

FEM-анализ позволяет оценивать и подвергать сравнительному анализу эффективность различных (брекет-систем, дуг, элайнеров, аппаратов для расширения челюсти, имплантатов) еще до их клинического применения (возможность предварительной оптимизации конструкций до начала фазы лечения);

На основе результатов конечно-элементного расчета исследователи и клиницисты могут более точно прогнозировать перемещение зубов, потенциальную резорбцию корней или изменения в костной ткани, что способствует повышению прецизионности и долговечности результатов лечения;

Наконец, FEM подход позволяет индивидуализировать подход к лечению.

Не менее важным представляется и то обстоятельство, что математическое моделирование постепенно выходит за рамки исключительно исследовательской технологии. В цифровой клинической практике оно все чаще используется как инструмент предварительной оценки эффективности лечения на брекет-системах, элайнерах, мини-имплантатах и комбинированных ортодонтических аппаратах. Подобный подход позволяет еще на этапе виртуального планирования выявить потенциально неблагоприятные зоны концентрации напряжений, скорректировать дизайн аппарата и уменьшить риск нежелательных побочных перемещений зубов [15–22].

Создание пациент-специфических моделей на основе томографических данных предоставляет возможность персонализированного лечения с учетом уникальных анатомических особенностей каждого пациента и особенностей его биомеханической картины (плотность костной ткани, толщина периодонтальной связки и т. д.) [12–14].

В современных исследованиях метод конечных элементов активно используется для симуляции биомеханики ортодонтического перемещения зубов. В качестве

актуальных примеров можно привести связанные с изучением [15–18]:

- дистализации моляров: моделирование различных клинических методов дистализации моляров с использованием мини-имплантатов или элайнеров для оценки эффективности и прогнозирования сопутствующих нежелательных перемещений других зубов (например, экстррузии или наклона);
- ретракции клыков: подбор оптимальной силовой системы (например, с помощью Т-образной петли или рычага), приводящей к заданному перемещению клыков, посредством точки приложения силы, с учетом минимального наклона и контроля распределения напряжений в периодонтальной связке;
- изучение напряженно-деформированного состояния зон приложения усилий: оценка зон концентрации напряжения в периодонтальной связке (ПДС), альвеолярной кости и силовом элементе при различных типах движения (трансляция, наклон, ротация) для прогнозирования областей, наиболее подверженных риску резорбции корня;
- оптимизация ортодонтических аппаратов: тестирование *in silico* (в компьютерной симуляции) новых конструкций брекетов, дуг и элайнеров для оценки их биомеханических свойств до начала клинических испытаний.

Таким образом, математическое моделирование, особенно с использованием FEM/FEA анализа, трансформировало ортодонтическую науку и практику, предоставив объективный и количественный подход к анализу биомеханики зубочелюстной системы. Многочисленные исследования, выполненные как российскими, так и зарубежными авторами, подтверждают значительную роль математического моделирования в решении широкого круга задач современной ортодонтии. Использование расчетных методов позволяет более точно анализировать биомеханические закономерности перемещения зубов, прогнозировать результаты лечения и выбирать наиболее рациональные варианты клинического вмешательства [19–22].

Вместе с тем возможности метода конечных элементов не следует переоценивать. Несмотря на его высокую информативность и широкое применение в ортодонтических исследованиях, существующие расчетные модели не способны полностью воспроизвести все процессы, протекающие в тканях зубочелюстной системы. Это связано с необходимостью использования ряда допущений, без которых построение математической модели становится затруднительным.

Одним из наиболее существенных ограничений является упрощенное описание механических свойств биологических тканей. Для большинства математических моделей, представленных в ранних исследованиях, характерно использование упрощенных представлений о свойствах биологических тканей. При выполнении расчетов костную ткань и ткани периодонта нередко рассматривают как однородную среду с линейно-упругим характером деформирования. Подобное допущение

позволяет снизить вычислительную сложность модели и упростить проведение анализа, однако при этом часть биологических особенностей исследуемых структур остается вне поля рассмотрения.

Кроме того, в таких моделях обычно принимается условие неизменности механических характеристик материала независимо от направления действующей нагрузки. Между тем ткани зубочелюстной системы отличаются значительно более сложным механическим поведением. Их свойства определяются не только величиной приложенной силы, но и продолжительностью ее воздействия, особенностями микроархитектоники тканей и ориентацией структурных компонентов. Для костной ткани и периодонта характерны нелинейные закономерности деформации, вязкоупругие свойства и различия механического ответа в разных направлениях нагрузки.

По этой причине результаты математического моделирования не всегда полностью соответствуют процессам, происходящим в клинических условиях. Дальнейшее развитие данного направления связано с созданием моделей, способных более точно учитывать реальные свойства биологических тканей и особенности их функционирования в процессе ортодонтического лечения.

Кроме того, часто не учитывается различие между кортикальной и губчатой костью, хотя их механические свойства значительно отличаются, что влияет на распределение напряжений и процесс ремоделирования. Также отмечается неточное моделирование ПДС: периодонтальная связка является сложной структурой. В симуляциях она может быть смоделирована упрощенно, например, как несжимаемый материал, что может привести к неточному прогнозированию направления движения зуба (например, прогнозируемый дистальный наклон вместо мезиального).

Во-вторых, игнорирование реальных условий полости рта (граничных условий). Так, в большинстве исследований анализируются статические условия приложения сил, в то время как в полости рта нагрузки являются динамическими (жевание, глотание, парафункции), а приложенные ортодонтические силы со временем ослабевают. Также модели часто основаны на усредненных анатомических параметрах или конкретном клиническом случае, что не позволяет учесть широкую биологическую вариабельность ответа тканей разных пациентов на одно и то же лечение. Наконец, МКЭ-модели ориентированы на прогнозирование начальных перемещений и напряжений, но не моделируют долгосрочный биологический ответ, такой как ремоделирование костной ткани и клеточные процессы, которые определяют конечное положение зуба [23–26].

Несмотря на значительную информативность методов математического моделирования, получаемые результаты не могут рассматриваться изолированно от клинической практики. Их интерпретация должна осуществляться с учетом существующих ограничений моделей и обязательно сопоставляться с данными клинических наблюдений, инструментальных исследований и фактическими результатами лечения пациентов. Такой подход

позволяет повысить достоверность выводов и обеспечить корректное применение расчетных данных в ортодонтической практике.

Значительное внимание исследователей сегодня сосредоточено на повышении биологической достоверности математических моделей, используемых в ортодонтии. Основная задача заключается в том, чтобы максимально точно воспроизвести механическое поведение тканей зубочелюстной системы и учитывать изменения, возникающие под действием функциональных нагрузок. В связи с этим все большую популярность приобретают персонализированные цифровые модели, формируемые с учетом индивидуальных анатомических характеристик пациента. Использование подобных решений позволяет приблизить процесс планирования лечения к принципам персонализированной медицины и повысить надежность прогноза ожидаемых результатов.

Появление пациент-специфических моделей стало возможным благодаря развитию современных методов цифровой диагностики. Создание цифровых моделей пациента стало возможным благодаря комплексному использованию нескольких источников диагностической информации. Совмещение данных конусно-лучевой компьютерной томографии с результатами внутривитального сканирования и трехмерными изображениями мягких тканей лица позволяет формировать единую виртуальную модель челюстно-лицевой области. Такой подход обеспечивает более полное представление об анатомических особенностях пациента и дает возможность проводить предварительную оценку различных

вариантов ортодонтического лечения еще на этапе планирования. Дополнительные возможности открывает применение современных вычислительных методов, включая конечно-элементный анализ и технологии искусственного интеллекта [27–30].

В последние годы заметно возрос интерес к использованию искусственного интеллекта при решении задач математического моделирования. Методы машинного обучения позволяют обрабатывать большие объемы клинических данных, сопоставлять результаты диагностики с исходами лечения и выявлять закономерности, которые трудно установить традиционными статистическими методами. В результате математическое моделирование перестает выполнять исключительно расчетную функцию и все чаще рассматривается как элемент интеллектуальных систем, предназначенных для поддержки врача при выборе оптимальной тактики ортодонтического лечения.

Дополнительные возможности открывает применение искусственного интеллекта при обработке диагностических изображений и создании цифровых анатомических моделей. Автоматизация сегментации данных и повышение точности реконструкции анатомических структур позволяют получать более достоверные расчетные модели. Предполагается, что дальнейшее развитие самообучающихся систем обеспечит возможность сопоставления результатов математических расчетов с накопленными клиническими данными, что будет способствовать повышению точности планирования ортодонтического лечения и прогнозирования его исходов [27–34].

Таблица 1

Сравнительная характеристика основных подходов к математическому моделированию в ортодонтии

Table 1. Comparative characteristics of the main approaches to mathematical modeling in orthodontics

Подход	Исходные данные	Преимущества	Ограничения
2D-аналитические модели и цефалометрия	Телерентгенограммы, линейные и угловые параметры	Простота, наглядность, доступность в рутинной диагностике	Суперпозиция структур, отсутствие полноценной пространственной оценки
3D-реконструкция на основе КЛКТ и сканирования	Томографические данные, внутривитальное сканирование, цифровой сеткап	Высокая анатомическая точность, возможность виртуального планирования	Зависимость от качества сегментации и программной обработки
КЭА/ФЕМ-модели	Геометрическая модель зуба, кости, ПДС и силового элемента	Оценка напряжений и деформаций, сравнение вариантов силового воздействия	Упрощение свойств тканей, чувствительность к граничным условиям
Персонализированные цифровые модели	КЛКТ, лицевое сканирование, клинические и биомеханические параметры пациента	Индивидуализация лечения, повышение прогностической ценности модели	Высокая вычислительная сложность, необходимость клинической валидации и стандартизации

Персонализированные цифровые модели позволяют: во-первых, с высокой точностью оценивать уникальную анатомию пациента (форму и плотность кости, морфологию корней, состояние пародонтальной связки), что невозможно при использовании стандартных усредненных моделей, что обеспечивает более реалистичный и предсказуемый план лечения; во-вторых, интеграция ИИ с персонализированными МКЭ-моделями позволит анализировать огромные массивы данных и более точно

прогнозировать не только начальное перемещение зубов, но и долгосрочный биологический ответ тканей, включая ремоделирование кости и потенциальный риск резорбции корней; в-третьих, индивидуализировать изготовление аппаратов. Цифровые модели являются основой для производства высокоточных, пациент-специфических ортодонтических аппаратов с помощью технологий 3D-печати и роботизированного сгибания дуг, например индивидуальных брекетов, элайнеров и хирургических

шаблонов, обеспечивающих оптимальное приложение сил и максимальный комфорт для пациента. Также указанные модели могут способствовать развитию телеортодонтии. Удаленный мониторинг прогресса лечения с использованием ИИ и цифровых данных позволяет сократить количество личных визитов, делая ортодонтическую помощь более доступной и удобной. Наконец, будущие модели будут стремиться преодолеть существующие недостатки путем включения более сложных нелинейных и вязкоупругих свойств биологических тканей и учета динамических нагрузок (жевательные силы). Это повысит реализм симуляций [30, 31–34].

Заключение

По результатам проведенного обзора мы приходим к следующему выводу. Несмотря на то, что математическое моделирование предоставляет ценную теоретическую основу, его результаты должны интерпретироваться клиницистами с учетом указанных ограничений и сопоставляться с эмпирическими клиническими данными. Современные исследования направлены на создание более реалистичных, валидированных моделей с учетом нелинейных свойств тканей и динамических нагрузок. Особую актуальность в этом связи приобретают персонализированные цифровые модели, перспективы которых

направлены, в том числе на дальнейшую индивидуализацию, повышение точности и эффективности лечения. Эти модели, основанные на интеграции данных КЛКТ, внутривитового сканирования и лицевого сканирования, в сочетании с передовыми вычислительными методами, такими как метод конечных элементов (МКЭ) и искусственный интеллект (ИИ), открывают новые горизонты в клинической практике. Интеграция персонализированных цифровых моделей в массовую ортодонтическую клинику станет революционным шагом к прецизионной ортодонтии. Несмотря на то, что остаются вызовы, связанные с валидацией моделей, стандартизацией данных и вопросами кибербезопасности, их развитие обещает полностью изменить подход к лечению, сделав его более эффективным, безопасным и ориентированным на конкретного пациента. Следовательно, дальнейшее развитие данного направления должно быть связано не только с совершенствованием математического аппарата, но и с клинической валидацией расчетных моделей, унификацией протоколов построения пациент-специфических моделей и накоплением доказательной базы, подтверждающей их воспроизводимость и прикладную ценность в повседневной ортодонтической практике.

Литература/References

1. Джалалова М. В., Ерошин В. А. Математическое моделирование в задачах стоматологии. Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. 2011;(4–2):421–422. [Dzhalalova M. V., Eroshin V. A. Mathematical modeling for the problems of dentistry. Vestnik of Lobachevsky University of Nizhni Novgorod. 2011;(4–2):421–422. (In Russ.)]. <https://elibrary.ru/item.asp?id=19527850>
2. Доменюк Д. А., Давыдов Б. Н., Дмитриенко С. В., Будайчиев Г. М., Иванюта С. О. Математическое моделирование формы и размеров зубных дуг для выбора тактики и объема ортодонтического лечения у пациентов с аномалиями зубочелюстной системы. Медицинский алфавит. 2018;2(8):7–13. [Domenyuk D. A., Davydov B. N., Dmitrienko S. V., Budaychiev G. M.A., Ivanyuta S. O. Mathematical modeling of form and dimensions of tooth arcs for selection of tactics and volume of orthodontic treatment for patients with anomalies of dentistry system. Medical Alphabet. 2018;2(8):7–13. (In Russ.)]. <https://elibrary.ru/item.asp?id=35085913>
3. Azizi S., Hatampoor S., Tahamtan S. Applications of artificial intelligence in diagnosis and treatment planning of orthodontics: a narrative review. The Saudi dental journal. 2025;37(7–9):70. <https://doi.org/10.1007/s44445-025-00077-0>
4. Sitaras S., Tsolakis I. A., Gelsini M., Tsolakis A. I., Schwendicke F., Wolf T. G. et al. Applications of Artificial Intelligence in Dental Medicine: A Critical Review. International dental journal. 2025;75(2):474–486. <https://doi.org/10.1016/j.identj.2024.11.009>
5. Данилова М. А., Гвоздева Ю. В., Ишмурзин П. В., Кирюхин В. Ю. Обоснование применения эластопозиционера у детей с мультисистемными нарушениями методом математического моделирования. Ортодонтия. 2010. № 4(35). С. 39–41. [5. Danilova M. A., Gvozdeva Yu. V., Ishmurzin P. V., Kiryukhin V. Yu. Substantiation of the use of an elastopositioner in children with myofunctional disorders by mathematical modeling. Orthodontics. 2010. No. 4(35). pp. 39–41. (In Russ.)]. eLIBRARY ID: 17060815.
6. Perrotti G., Baccaglione G., Clauser T., Scaini R., Grassi R., Testarelli L. et al. Total Face Approach (TFA) 3D Cephalometry and Superimposition in Orthognathic Surgery: Evaluation of the Vertical Dimensions in a Consecutive Series. Methods and protocols. 2021;4(2):36. <https://doi.org/10.3390/mps4020036>
7. Subramanian A. K., Chen Y., Almkali A., Sivamurthy G., Kaffle D. Cephalometric Analysis in Orthodontics Using Artificial Intelligence-A Comprehensive Review. BioMed Research international. 2022;2022:1880113. <https://doi.org/10.1155/2022/1880113>
8. Venkatesh E., Elluru S. V. Cone beam computed tomography: basics and applications in dentistry. Journal of Istanbul University Faculty of Dentistry. 2017;51(3 Suppl 1): S102-S121. <https://doi.org/10.17096/jiufd.00289>
9. Кочкоян Т. С., Шкарян В. В., Доменюк Д. А., Дмитриенко Д. С., Потрясова А. М., Рожкова М. Г., Дмитриенко Т. Д. Стратегия ортодонтического лечения у пациентов с асимметрией зубных дуг в диагональном направлении с учетом краниофациальной морфологии. Медицинский алфавит. 2021. № 2. С. 56–63. [Kochkonyan T. S., Dmitrienko S. V., Davydov B. N., Domenyuk D. A., Vedeshina E. G. Strategy of orthodontic treatment in patients with asymmetry of dental arches formed with occlusion anomalies. (In Russ.)] eLIBRARY ID: 45663242.
10. Meto A., Halilaj G. The Integration of Cone Beam Computed Tomography, Artificial Intelligence, Augmented Reality, and Virtual Reality in Dental Diagnostics, Surgical Planning, and Education: A Narrative Review. Applied Sciences. 2025;15(11):6308. <https://doi.org/10.3390/app15116308>
11. Alghauli M. A., Aljohani W., Almutairi S., Aljohani R., Alqutaibi A. Y. Advancements in digital data acquisition and CAD technology in Dentistry: Innovation, clinical Impact, and promising integration of artificial intelligence. Clinical eHealth. 2023;8:32–52. <https://doi.org/10.1016/j.ceh.2025.03.001>
12. Босьяков С. М., Доста А. Н., Винокурова А. В. Конечно-элементный анализ влияния конструкции ортодонтического аппарата на расширение верхней челюсти. Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2013;13(4–1):42–52. [Bosiakov S. M., Dosta A. N., Vinokurova A. V. Finite element analysis of the influence of the orthodontic appliance design on the maxillary expansion. Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics. 2013;13(4–1):42–52. (In Russ.)]. <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2013-13-4-42-52>
13. Kawamura J., Tamaya N. A finite element analysis of the effects of archwire size on orthodontic tooth movement in extraction space closure with miniscrew sliding mechanics. Progress in orthodontics. 2019;20(1):3. <https://doi.org/10.1186/s40510-018-0255-8>
14. Chen J., Zhu D., Zhao M., Cheng Z., Pan Y., Liu X. Three-dimensional finite element analysis of the optimal mechanical design for maximum inward movement of the anterior teeth with clear aligners. Scientific reports. 2024;14(1):13203. <https://doi.org/10.1038/s41598-024-63907-x>
15. Xue J., Ye N., Yang X., Wang S., Wang J., Wang Y. et al. Finite element analysis of rapid canine retraction through reducing resistance and distraction. Journal of applied oral science. 2014;22(1):52–60. <https://doi.org/10.1590/1678-775720130365>
16. Singh J. R., Kambalyal P., Jain M., Khandalwal P. Revolution in Orthodontics: Finite element analysis. Journal of International Society of Preventive. 2016;6(2):110–114. <https://doi.org/10.4103/2231-0762.178743>
17. Anh T. N., Hamanaka R., Jinnai S., Komaki H., Yamaoka S., Tominaga J. Y. et al. Simulation of orthodontic tooth movement during activation of an innovative design of closing loop using the finite element method. American journal of orthodontics and dentofacial orthopedic. 2021;160(2):240–249. <https://doi.org/10.1016/j.ajodo.2020.04.026>
18. Gao H., Luo L., Liu J. Three-dimensional finite element analysis of maxillary molar distalization treated with clear aligners combined with different traction methods. Progress in orthodontics. 2024;25(1):47. <https://doi.org/10.1186/s40510-024-00546-y>
19. Гордеева Е. Г. Разработка моделей и алгоритмов управления процессами диагностики и лечения ортодонтических патологий на основе многоальтернативного и имитационного подхода: автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата медицинских наук. Воронеж; 2014. 149 с. [Gordeeva E. G. Development of models

- and algorithms for managing the processes of diagnosis and treatment of orthodontic pathologies based on a multi-alternative and simulation approach: abstract of a dissertation for the degree of candidate of medical sciences. Voronezh; 2014. 149 p. (In Russ.)). <https://viewer.rsl.ru/ru/rsl01005552245?page=1&rotate=0&theme=white>
20. Доменюк Д. А., Давыдов Б. Н., Дмитриенко С. В., Будаичев Г. М., Иванюта С. О. Сравнительная оценка популяционных биометрических методов диагностики зубочелюстных аномалий у людей с различными гнатическими, дентальными типами лица и зубных дуг. Медицинский алфавит. 2018;1(2):29–37. [Domenyuk D. A., Davydov B. N., Dmitrienko S. V., Budaichev G. M., Ivanyuta S. O. Comparative assessment of population-based biometric methods for diagnosing dental anomalies in people with various gnathic, dental types of the face and dental arches. The medical alphabet. 2018;1(2):29–37. (In Russ.)]. eLIBRARY ID: 35040302
 21. Lahoud P., Faghhihan H., Richert R., Jacobs R., EzEldeen M. Finite element models: A road to in-silico modeling in the age of personalized dentistry. Journal of Dentistry. 2024;150:105348. <https://doi.org/10.1016/j.jdent.2024.105348>
 22. Verma D. R., Shrivastava T., Shukla C., Ali S. A., Dixit S., Patel A. Revolutionizing orthodontics with finite Element method. International Journal of Medical and Pharmaceutical Research. 2025;6(2):41–50. <https://doi.org/10.4103/2231-0762.178743>
 23. Luchian I., Martu M.-A., Tatarciuc M., Scutariu M. M., Ioanid N., Pasarin L. et al. Using FEM to Assess the Effect of Orthodontic Forces on Affected Periodontium. Applied Sciences. 2021; 11(16):7183. <https://doi.org/10.3390/app11167183>
 24. Dorado S., Arias A., Jimenez-Octavio J. R. Biomechanical Modelling for Tooth Survival Studies: Mechanical Properties, Loads and Boundary Conditions-A Narrative Review. Materials (Basel). 2022;15(21):7852. <https://doi.org/10.3390/ma15217852>
 25. Singh S., Saha S. G. Biomimetic Dentistry: Restoring Teeth, the Nature's Way. Journal of conservative dentistry and endodontics. 2025;28(10):955–956. https://doi.org/10.4103/JCDE.JCDE_740_25
 26. Chen J., Zhu D., Zhao M., Cheng Z., Pan Y., Liu X. Three-dimensional finite element analysis of the optimal mechanical design for maximum inward movement of the anterior teeth with clear aligners. Scientific reports. 2024;14(1):13203. <https://doi.org/10.1038/s41598-024-63907-x>
 27. Bunta O., Festila D., Muresan V., Coloș T., Stan O. P., Unguresan M. L. et al. Mathematical Modeling and Digital Simulation of Teeth Dynamics for the Approximation of Orthodontic Treatment Duration. Applied Sciences. 2023;13(10):5932. <https://doi.org/10.3390/app13105932>
 28. Aruanno B., Barone S., Bordegoni M., Razonale A. V. Knowledge-Based Mathematical Model to Design Personalized Orthodontic Treatments. In: Di Stefano P., Gherardini F., Nigrelli V., Rizzi C., Sequenzia G., Tumino D. eds. Design Tools and Methods in Industrial Engineering IV. ADM 2024. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Cham: Springer; 2025. Pp. 448–457. https://doi.org/10.1007/978-3-031-76594-0_51
 29. Su Y., Zhang J., Ma H., Zheng X. A novel method to define personalized post-orthodontic treatment dental arch form. BMC Oral Health. 2025;25(1):1587. <https://doi.org/10.1186/s12903-025-06993-1>
 30. Olawade D. B., Leena N., Egbon E., Rai J., Mohammed A. P.E.K., Oladapo B. I. et al. AI-Driven Advancements in Orthodontics for Precision and Patient Outcomes. Dentistry Journal. 2025;13(5):198. <https://doi.org/10.3390/dj13050198>
 31. Tarraf N. E., Ali D. M. Present and the future of digital orthodontics. Seminars in Orthodontics. 2018;24(4). <https://doi.org/10.1053/j.sodo.2018.10.002>
 32. Merema B. B.J., Kraeima J., Glas H. H., Spijkervet F. K.L., Witjes M. J.H. Patient-specific finite element models of the human mandible: Lack of consensus on current set-ups. Oral diseases. 2021;27(1):42–51. <https://doi.org/10.1111/odi.13381>
 33. Wang Q., Jiang Z., Xue Z., et al. Application of Mathematical Model in Orthodontics. Mobile Information Systems. 2022. Vol. 2022, Article ID 5286225. P. 1–12. doi: 10.1155/2022/5286225
 34. Zhang Z., Li C., Zheng Q., Shi B., Liu R. Finite element analysis of maxillary orthodontic therapies with variable alveolar bone grafts under occlusal forces in patient with unilateral cleft lip and palate. Frontiers in bioengineering and biotechnology. 2024;12:1448286. <https://doi.org/10.3389/fbioe.2024.1448286>